

## METÓDY RIEŠENIA DISTRIBUČNÝCH ÚLOH

Miriám PEKARČÍKOVÁ - Milan FILO - Peter TREBUŇA

## METHODS FOR SOLVING DISTRIBUTION ROLE

### Abstrakt

Dopravná úloha má široké uplatnenie v rámci optimalizácie rozhodnutí súvisiacich s plnením úloh dopravy a cestného zabezpečenia. Jej použitie je vhodné aj pri optimalizácii dovozu materiálu, kde je možné optimalizovať nasadenie strojov a techniky, rozmiestnenie špecialistov, pridelenie úloh jednotkám a útvarom.

**KLúčové slová:** Dopravná úloha, metóda, úloha, obchodný cestujúci

### Abstract

Transport role has broad application in the context of optimization decisions related to the implementation of tasks and road traffic security. Its use is also useful in optimizing the import of the material, where it is possible to optimize the deployment of machines and technology deployment specialists, assigning tasks to units and departments.

**Key words:** Transport role, method, task, business travelers

### Úvod

Vo všeobecnosti sa riešenie problematiky distribúcie opiera o nasledovné predpoklady.

- výrobca dodáva tovar  $n$ -odberateľom a má k dispozícii konečný počet  $m$ -miest pre postavenie distribučných centier,
- pre každé miesto sú vyčíslené fixné náklady  $f_i$  spojené so zriadením distribučného centra a prepravné náklady  $c_{ij}$  od  $i$ -teho distribučného centra k  $j$ -temu odberateľovi,
- cieľom je nájsť optimálne miesta pre zriadenie distribučných centier pri minimálnych celkových nákladoch.

Riešenie distribučných problémov je možné nasledovnými spôsobmi, ako:

- celočíselné programovanie
  - Dopravný problém.
  - Úloha o batohu.
  - Úloha obchodného cestujúceho.
  - Priradovací problém.
  - Úloha optimalizácie výrobného programu s celočíselnými množstvami produktov.
  - Rezný problém.
  - Problém fixných nákladov (MIP).
  - Problém „buď-alebo“ (MIP).
- heuristika – procedurálny programovací prístup, „heuristika“ podľa slovníka cudzích slov je: „postup nachádzania nových vedných poznatkov založený na vyhľadávaní a hodnotení zdrojov“, jedná sa o metódu založenú na subjektívnom hodnotení (úsudku), ktorého výsledky sú ďalej spracované podľa exaktných postupov (algoritmov) tak, aby mohlo byť vyslovené konečné rozhodnutie.

Medzi heuristické metódy rozhodovania vo všeobecnosti patria:

- metódy rozhodovacej analýzy,
- metóda rozhodovacieho stromu,
- rozhodovacie tabuľky,
- metóda „simulovaného žihania“,
- genetické algoritmy,
- neurónové siete.
- logické programovanie ohraničení - deklaratívny programovací prístup.

Nižšie je uvedená problematika (v súvislosti s distribúciou), ktorú celočíselné programovanie rieši.

## Dopravná úloha

Cieľom riešenia danej úlohy je určiť prepravované množstvá  $x_{ij}$  od všetkých dodávateľov ku všetkým odberateľom, ktoré budú spĺňať nasledujúce podmienky [1]:

- nezápornosť riešenia - podmienka nezápornosti vyplýva z prirodzenej požiadavky vyjadrenej v zmysle, že nie je možné prepraviť záporné množstvo materiálu,
- vybilancovanosť úlohy - ponuka je adekvátna požiadavkám všetkých odberateľov (v opačnom prípade sa jedná o nevybilancovanú/nevyváženú úlohu, kde je potrebné zapracovať fiktívneho dodávateľa, resp. odberateľa – ktorý napomôže riešeniu, ale táto požiadavka uspokojená v skutočnosti nebude),
- kapacitné ohraničenia - nie je možné zo zdroja rozvieť viac materiálu ako je jeho kapacita, taktiež spotrebiteľ odoberie väčšie množstvo materiálu ako potrebuje.
- celkové náklady spojené s rozvozom budú minimálne.

### Východiská riešenia dopravnej úlohy:

Definovaných je  $m$ -zdrojov s obmedzenou kapacitou a  $n$ -cieľových miest so stanovenými požiadavkami. Vzťahy medzi dodávateľmi a odberateľmi sú ocenené (obvykle cenou dopravy) a usporiadané do východiskovej tabuľky, z ktorej sa realizuje výpočet. Pri výpočte možno dospieť k optimálnemu (nájdenie maxima alebo minima), alebo prípustnému (splňa podmienky, ale nie je najlepším riešením) riešeniu danej úlohy.

Postup riešenia dopravnej úlohy spočíva v nasledujúcich krokoch:

- definovanie matematického modelu,
- tabuľkový zápis úlohy,
- posúdenie vyváženosti úlohy,
- nájdenie východiskového riešenia – metódou severozápadného rohu (Maďarská metóda nereaguje na degeneráciu riešenia a nevyžaduje ani počiatkové riešenie získané približnou metódou),
- test optimality,
- prepočet a hľadanie optima, resp. lepšieho riešenia.

Matematický model dopravnej úlohy má nasledovnú podobu:

hľadanie optima (maxima, resp. minima) lineárnej funkcie:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

za predpokladu splnenia nasledujúcich podmienok:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^n x_{ij} &= a_i, i = 1, 2, \dots, m \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} &= b_j, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\}$$

a podmienok nezápornosti:

$$x_{ij}, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$$

### Tabuľkový zápis dopravnej úlohy

Dopravnú úlohu možno riešiť postupmi vychádzajúcimi z lineárneho programovania napr. aj simplexovou metódou, s tým je však spojená vysoká prácnosť. Priamo na riešenie dopravných úloh bolo vyvinutých viacero metód, ktoré možno rozdeliť do dvoch základných skupín (vybrané z nich budú popísané nižšie):

- *metódy na získanie východiskového, resp. vyhovujúceho riešenia* – riešenie, ktoré sa blíži optimu, jeho optimálnosť je však potrebné preveriť presnými metódami,
- *presné metódy* – niektoré presné metódy si vyžadujú nájdenie akéhokoľvek východiskového riešenia.

Dopravná úloha má vždy optimálne riešenie, z hľadiska prácnosti je však niekedy vhodné prijať rýchlo nájdené riešenie, ktoré vyhovuje podmienkam, i keď nie je optimálne.

Každú dopravnú úlohu je vhodné v prípade ručného prepočtu, ale aj z dôvodu prehľadnosti zapísať do tabuľky (tab. 1).

Tabuľka 1 Tabuľkový zápis dopravnej úlohy

		SPOTREBITEĽIA				KAPACITY DODÁVATEĽOV
		S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	.....	S <sub>n</sub>	
DODÁVATEĽIA	D <sub>1</sub>	$x_{11}$ $c_{11}$	$x_{12}$ $c_{12}$	.....	$x_{1n}$ $c_{1n}$	$a_1$
	D <sub>2</sub>	$x_{21}$ $c_{21}$	.	.....	$x_{2n}$ $c_{2n}$	$a_2$
	.	.	.	.....	.	.
	D <sub>m</sub>	$x_{m1}$ $c_{m1}$		.....	$x_{mn}$ $c_{mn}$	$a_m$
POŽIADAVKY SPOTREBITEĽOV		$b_1$	$b_2$	.....	$b_n$	

### Posúdenie vyváženosti úlohy

Dôležitým je posúdenie *vyváženosti úlohy*: teda, či kapacita dodávateľov je adekvátna požiadavkám odberateľov, a naopak. V prípade, ak je kapacita dodávateľov vyššia ako požiadavky odberateľov je potrebné pri výpočte pridať fiktívneho spotrebiteľa (jedná sa však o previs ponuky, resp. časť dodávok sa nerealizuje), ak je kapacita dodávateľov menšia ako požiadavky odberateľov je pri výpočte potrebné pridať fiktívneho dodávateľa (jedná sa o previs dopytu, resp. určitá časť dopytu nebude uspokojená). Týmto fiktívnym činiteľom sa priraduje množstvo, ktoré úlohu vyrovná na nulové hodnoty sadzieb.

Teda:

sadzby v tabuľke:

$$c_{ij}=0,$$

kapacita fiktívneho stĺpca (odberateľa):

$$b_F = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j,$$

kapacita fiktívneho riadku (dodávateľa):

$$a_F = \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i$$

### Test optimality, prepočet a hľadanie optima, resp. lepšieho riešenia

Pre výpočet základného riešenia sa používa niekoľko nasledovných metód:

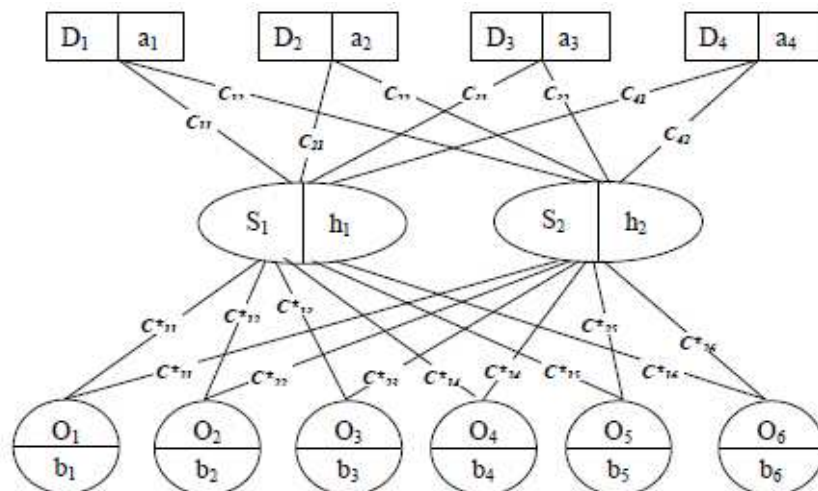
- metóda severozápadného rohu,
- indexová metóda,
- frekvenčná metóda,
- Vogelova aproximačná metóda.

Pre nájdenie optimálneho riešenia, resp. overenia optimality prípustného riešenia slúžia presné metódy:

- metóda riadkových a stĺpcových čísel – modifikovaná metóda, resp. metóda potenciálov,
- maďarská metóda,
- metóda vetvenia a medzí – Branch and bound.

### Viacrozmerná dopravná úloha

Reálny model rozvozu tovaru od dodávateľov/výrobcov väčšinou nesmeruje priamo ku konečným spotrebiteľom/odberateľom, ale sa sústreďuje do príslušných veľkoobchodných skladov, tam sa prerozdeľuje a ďalej rozváža ku konečným spotrebiteľom/odberateľom, obr.65.



Obrázok 1 Schéma dvojrozmernej dopravnej úlohy [2]

Matematicky sa jedná o dvojfázovú, resp. dvojrozmernú dopravnú úlohu. Ak úloha v oboch fázach vyhovuje teoretickým zadávacím požiadavkám, najmä čo sa týka vyrovnanosti, potom výsledné náklady budú súčtom nákladov obidvoch čiastkových úloh a teda aj výsledné optimálne riešenie bude súčtom obidvoch čiastkových optimálnych riešení. Realita je často taká, že najmenšie sú požiadavky odberateľov, väčšie kapacity dodávateľov a najväčšie kapacity skladov.

Pri týchto nevyrovnaných úlohách je obvykle možné nájsť riešenia s nižšou hodnotou výslednej účelovej funkcie, ako je súčet optimálnych hodnôt oboch čiastkových úloh, ak je samozrejme úloha riešená ako jeden súhrnný problém.

### Úloha o batohu

Daných je  $n$  predmetov, ktorých celková hmotnosť prevyšuje nosnosť batohu, úlohou je naplniť batoh tak, aby bola maximalizovaná celková cena bahotu pri danej nosnosti batohu.

Matematický model:

$$f(x) = \sum_{j=1}^n c_j * x_j \rightarrow \max, \sum_{j=1}^n a_j * x_j \leq b, \quad x_j \in \{0,1\} \quad \text{pre } j = 1 \dots n$$

kde:

$a_j$  - hmotnosť  $j$ -teho predmetu,

$c_j$  - cena  $j$ -teho predmetu,

$b$  - nosnosť batohu,

$x_j = 1$  znamená, že  $j$ -ty predmet vezmeme do batohu,

$x_j = 0$  znamená, že  $j$ -ty predmet nevezmeme do batohu

Jedná sa o úlohu bivalentného programovania s lineárnou účelovou funkciou a jediným lineárnym obmedzením.

### Úloha obchodného cestujúceho

Problém obchodného cestujúceho je problémom hľadania optimálnej cesty medzi niekoľkými miestami, ktoré je potrebné obslúžiť.

Cieľom je nájsť takú cestu, ktorá prejde každým z miest práve raz a je podľa možnosti čo najkratšia, pričom obchodný cestujúci sa vracia naspäť do východiskového bodu.

V terminológii teórie grafov - v hranovo ohodnotenom súvislom grafe  $G = (V,H)$  je potrebné nájsť tzv. *Hamiltonovskú kružnicu* (kružnica s minimálnym súčtom ohodnotení hrán). V ľubovoľnom súvislom grafe nemusí Hamiltonovská kružnica vôbec existovať.



Nájsť riešenie pre väčšie množstvo miest touto metódou je výpočtovo veľmi náročné. Známe sú viaceré heuristické metódy, ktoré takýto typ úlohy riešia. Medzi ne patria napr. [3]:

- Hopfieldove neurónové siete,
- Markovovské reťazce a simulované žhanie,
- hľadanie najbližšieho suseda,
- genetický algoritmus.

#### **Záver**

Vo všeobecnosti dopravná úloha rieši rozvoz tovaru, prepravu materiálu z miesta zdroja (dodávateľ) do miesta spotreby (odberateľ), resp. ľudí z východiskového do cieľového miesta.

#### **ZOZNAM BIBLIOGRAFICKÝCH ODKAZOV**

- [1] [on-line] Available on - URL: [http://fsi.uniza.sk/kkm/old/publikacie/kp/kp\\_kap\\_7.pdf](http://fsi.uniza.sk/kkm/old/publikacie/kp/kp_kap_7.pdf)
- [2] MÁČA, J. – LEITNER, B.: Operačná analýza I.: Deterministické metódy operačnej analýzy, 2002\_ŽU, Žilina 2002, ISBN 80-10-00456-1
- [3] SOJKA L. - HARAUSOVÁ H. - MALÁK M. - KAMENEC P. - KRÚPOVÁ I.: Manažment II. Prešov: Prešovská univerzita v Prešove, Fakulta manažmentu, 2010. ISBN 978-80-555-0145-1

#### **Pod'akovanie**

*Príspevok bol pripravený v rámci riešenia grantového projektu VEGA č. 1/0102/11 Metódy a techniky experimentálneho modelovania vnútropodnikových výrobných a nevýrobných procesov.*

#### **ADRESY AUTOROV:**

**Miriám PEKARČÍKOVÁ**, Ing., PhD., Katedra priemyselného inžinierstva a manažmentu, Strojnícka fakulta, Technická univerzita v Košiciach, Nemcovej 32, 040 02 Košice, Slovenská republika

**Milan FIELO**, Dr.h.c., Ing. PhD., ECO-INVEST, a.s., Námestie SNP – Obchodná ulica 2-6, 811 08 Bratislava, Slovenská republika

**Peter TREBUŇA**, doc. Ing., PhD., Katedra priemyselného inžinierstva a manažmentu, Strojnícka fakulta, Technická univerzita v Košiciach, Nemcovej 32, 040 02 Košice, Slovenská republika, tel: 00421 55 602 3235, e-mail: peter.trebuna@tuke.sk

#### **RECENZENT:**

**Vojtech KOLLÁR**, prof. Ing., PhD., Vysoká škola ekonómie a manažmentu verejnej správy v Bratislave, Ústav verejnej správy, Furdekova 16, 851 04 Bratislava 5, Slovenská republika